

2023

## PHYSICS — MDC

Paper : CC-1

(Basic Physics - 1)

Full Marks : 75

Candidates are required to give their answers in their own words  
as far as practicable.

প্রান্তলিখিত সংখ্যাগুলি পূর্ণমান নির্দেশক।

৩×৫

১। যে-কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

- (ক) মৌলিক একক (fundamental unit) এবং লব্ধ একক (derived unit) বলতে কী বোঝো? SI সিস্টেমে মৌলিক এককগুলির নাম লেখো। ✓
- (খ) প্রমাণ করো :  $\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) + \vec{B} \times (\vec{C} \times \vec{A}) + \vec{C} \times (\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{0}$  ✓
- (গ)  $\alpha$ -এর কোন্ মানের জন্য  $\vec{A} = \alpha\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$  এবং  $\vec{B} = 2\alpha\hat{i} + \alpha\hat{j} - 4\hat{k}$  পরস্পরের লম্ব হবে? ✓
- (ঘ) সমাধান করো :  $\frac{dy}{dx} = x^2 y^3$
- (ঙ) গ্রহের গতি সংক্রান্ত কেপলারের সূত্রগুলি বিবৃত করো।
- (চ) প্রবাহীর ধারারেখ এবং অশান্ত প্রবাহের সংজ্ঞা দাও।
- (ছ) সংরক্ষী বলক্ষেত্র বলতে কী বোঝো? ✓
- (জ) স্থিতিস্থাপক ও অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ ব্যাখ্যা করো।

প্রত্যেক বিভাগ থেকে অন্ততঃ একটি করে প্রশ্ন নিয়ে মোট পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও।

বিভাগ - ক

২। (ক)  $x = a + bt + ct^2$  সমীকরণে  $x$  মিটারে এবং  $t$  সেকেন্ডে দেওয়া আছে।  $b$  এবং  $c$ -এর মাত্রা ও একক নির্ণয় করো।

(খ) নির্ণয় করো :  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x - 4}$

(গ)  $f(x, y) = x^2 \sin y + y^2 \cos x$ . দেখাও  $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$ ।

(ঘ)  $x$ -এর কোন্ কোন্ মানের জন্য প্রদত্ত অপেক্ষক  $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x$  সর্বোচ্চ এবং সর্বনিম্ন হবে তা নির্ণয় করো।  
(২+২)+২+৩+৩

Please Turn Over

৩। (ক) একটি ত্রিভুজের দুটি সম্মিহিত বাহু  $\vec{A} = (3\hat{i} + 4\hat{j})$  এবং  $\vec{B} = (-5\hat{i} + 7\hat{j})$  দেওয়া আছে। ওই ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

(খ) স্কেলার ক্ষেত্রের গ্র্যাডিয়েন্ট বলতে কী বোঝো?

(গ) প্রমাণ করো  $\nabla r^n = nr^{n-2}\vec{r}$ , যখন  $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ ।

(ঘ) প্রমাণ করো  $\vec{F} = (3y^4z^2\hat{i} + 4x^2z^2\hat{j} - 3x^2y^2\hat{k})$  একটি সলিনয়ডাল ভেক্টর।

$$\begin{aligned} &\therefore \frac{\partial}{\partial x} (3y^4z^2) = 3y^4z^2 \cdot \frac{\partial}{\partial x} x = 3y^4z^2 \\ &\frac{\partial}{\partial y} (4x^2z^2) = 4x^2z^2 \cdot \frac{\partial}{\partial y} y = 4x^2z^2 \\ &\frac{\partial}{\partial z} (-3x^2y^2) = -3x^2y^2 \cdot \frac{\partial}{\partial z} z = -3x^2y^2 \\ &\therefore \nabla r^n = nr^{n-2}\vec{r} \end{aligned}$$

৪। (ক) সরল দোলগতির জন্য অবকল সমীকরণটি হল  $m \frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$  যেখানে  $k$  এবং  $m$  ধ্রুবক।

উপরোক্ত সমীকরণটি সমাধান করে সরণ ( $x$ )-এর সময়  $t$ -এর সাপেক্ষে রাশি নির্ণয় করো।

(খ) একটি বস্তু একটি সমতলে একটি রেখা বরাবর গতিশীল। ওই বস্তুর রৈখিক গতিবেগ ( $\vec{v}$ ) এবং ত্বরণ ( $\vec{a}$ )-এর অরীয় (radial) এবং অনুপ্রস্থ (transverse) উপাংশ মান নির্ণয় করো। দেখাও যে,

$$\vec{v} = (\dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta}) \text{ এবং } \vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{r} + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\hat{\theta}$$

(প্রতীকগুলি প্রচলিত অর্থে ব্যবহৃত)

(গ) কার্তেসীয় নির্দেশতন্ত্র ( $x, y, z$ ) এবং গোলায় নির্দেশতন্ত্রের ( $r, \theta, \phi$ ) মধ্যে রূপান্তর সমীকরণগুলি বিবৃত করো।

৪+৬+২

### বিভাগ - খ

৫। (ক) একটি কণার জন্য কৌণিক বেগ এবং কৌণিক ভরবেগের সংজ্ঞা লেখো। এদের মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় করো।

(খ) টর্ক বলতে কী বোঝো? একটি কণার জন্য কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র প্রতিষ্ঠা করো।

(গ) বাহ্যিক বল  $\vec{F} = (2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k})N$  প্রয়োগের ফলে  $m = 1 \text{ kg}$  ভরের একটি বস্তু  $A(-2, 1, 4)$  বিন্দু থেকে  $B(4, 3, -1)$  বিন্দুতে সরলরেখা বরাবর গমন করলে কৃতকার্যের পরিমাণ নির্ণয় করো।

(২+২)+(২+৩)+৩

৬। (ক)  $\vec{F} = (2xy + z^3)\hat{i} + x^2\hat{j} + 3xz^2\hat{k}$  বলটি সংরক্ষী কিনা নির্ণয় করো।

(খ) দেখাও যে, একটি সংরক্ষী বলক্ষেত্রে কণার গতিপথের যে-কোনো দুটি বিন্দুতে গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তির যোগফল সর্বদা ধ্রুবক থাকে।

(গ) সুস্থির সাম্যাবস্থা এবং অস্থির সাম্যাবস্থার শর্তগুলি লেখো।

৪+৫+৩

৭। (ক) নিউটনের মহাকর্ষীয় সূত্রটি বিবৃত করো। সার্বজনীন মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের মাত্রা নির্ণয় করো।

(খ) যদি পৃথিবী থেকে সূর্যের দূরত্ব হঠাৎ করে বর্তমান দূরত্বের অর্ধেক হয়ে যায়, তবে এক বছরে কত দিন থাকবে নির্ণয় করো।

(গ) মহাকর্ষের জন্য গাউসের সূত্রটি লেখো।

(ঘ) বৃত্তাকার গতির জন্য কেপলারের তৃতীয় সূত্র প্রমাণ করো।

(২+১)+৪+২+৩



(3)

- ৮। (ক) কেন্দ্রগ বলের সংজ্ঞা দাও। দেখাও যে, কেন্দ্রগ বলের অধীনে গতিশীল কোনো কণার গতিপথ সর্বদা এক সমতলে থাকে।  
 (খ) একটি কণার স্থান ভেক্টর  $\vec{r} = \cos \omega t \hat{i} + \sin \omega t \hat{j}$ , যেখানে  $\omega$  একটি ধ্রুবক। দেখাও যে  
 (অ) কণার গতিবেগ  $\vec{v}$ ,  $\vec{r}$ -এর সাথে লম্ব।  
 (আ)  $\vec{r} \times \vec{v}$  একটি ধ্রুবক ভেক্টর।

(২+৩)+(৪+৩)

- ৯। (ক) সামান্যতক বলতে কী বোঝো?

✓ (খ) বার্নোলীর উপপাদ্য বিবৃত করো এবং ব্যাখ্যা করো।

✓ (গ) সামান্য তরলের মধ্য দিয়ে একটি বস্তুর গতিসংক্রান্ত স্টোকসের সূত্র বিবৃত করো। মাত্রা বিশ্লেষণের সাহায্যে সূত্রটি প্রমাণ করো।

৩+৩+(২+৪)

## [ English Version ]

The figures in the margin indicate full marks.

3×5

1. Answer **any five** questions :

- (a) What do you mean by fundamental and derived units? Name the fundamental units in SI system.  
 (b) Prove that  $\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) + \vec{B} \times (\vec{C} \times \vec{A}) + \vec{C} \times (\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{0}$ .  
 (c) For what values of  $\alpha$ , the vector  $\vec{A} = \alpha \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$  and  $\vec{B} = 2\alpha \hat{i} + \alpha \hat{j} - 4\hat{k}$  be mutually perpendicular?  
 (d) Solve the equation :  $\frac{dy}{dx} = x^2 y^3$ .  
 (e) State Kepler's law of planetary motion.  
 (f) Define streamline and turbulent flow of liquid.  
 (g) What do you mean by conservative force field?  
 (h) Explain elastic collision and inelastic collision.

Answer **any five** questions, taking at least **one** question from **each Group**.

## Group - A

2. (a) In the equation  $x = a + bt + ct^2$ ,  $x$  is in (m) and  $t$  in (sec). Obtain unit and dimension of  $b$  and  $c$ .  
 (b) Find :  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x - 4}$ .  
 (c)  $f(x, y) = x^2 \sin y + y^2 \cos x$ . Verify  $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$ .  
 (d) Find the values of  $x$  for which the function  $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x$  is maximum and minimum.

(2+2)+2+3+3

Please Turn Over

3. (a) Two adjacent sides of a triangle are represented by  $\vec{A} = (3\hat{i} + 4\hat{j})$  and  $\vec{B} = (-5\hat{i} + 7\hat{j})$ . Find out the area of the triangle.
- (b) What do you mean by gradient of a scalar field?
- (c) Prove that  $\vec{\nabla} r^n = nr^{n-2}\vec{r}$ , where  $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ .
- (d) Prove that  $\vec{F} = (3y^4z^2\hat{i} + 4x^2z^2\hat{j} - 3x^2y^2\hat{k})$  is a solenoidal vector. 3+3+3+3
4. (a) The differential equation for a simple harmonic motion is given by  $m \frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$ , where  $k$  and  $m$  are constants. Obtain the equation of displacement ( $x$ ) in terms of time  $t$  by solving the above equation.
- (b) A particle is moving along a curve in a plane. Derive expression for the radial and transverse (or, cross-radial) component of velocity ( $\vec{v}$ ) and acceleration ( $\vec{a}$ ). Prove that for the motion of a particle in a plane :
- $$\vec{v} = (\dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta}) \text{ and } \vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{r} + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\hat{\theta}$$
- [Every symbols have their usual meaning.]
- (c) Write down the transformation equations connecting Cartesian coordinates ( $x, y, z$ ) and spherical polar coordinates ( $r, \theta, \phi$ ). 4+6+2

### Group - B

5. (a) Define angular velocity and angular momentum for a point particle. Find out the relation between them.
- (b) What do you mean by torque? Establish the principle of conservation of angular momentum in case of point particle.
- (c) A particle of mass  $m = 1$  kg moves along a straight line from point  $A(-2, 1, 4)$  to point  $B(4, 3, -1)$  due to application of force  $\vec{F} = (2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k})$  N. Calculate the work done. (2+2)+(2+3)+3
6. (a) Check whether the force  $\vec{F} = (2xy + z^3)\hat{i} + x^2\hat{j} + 3xz^2\hat{k}$  is conservative or not.
- (b) Show that in a conservative force field at any two points in the path of motion of the particle, the sum of kinetic energy and potential energy remains constant.
- (c) What are the characteristics of a stable and unstable equilibrium? 4+5+3



7. (a) State Newton's law of gravitation. Find the dimension of universal gravitational constant.  
(b) If the distance of Earth from the Sun be suddenly reduced to half of its present distance, calculate the number of days in a year.  
(c) State Gauss's law of gravitation.  
(d) Prove Kepler's 3rd law for circular orbit. (2+1)+4+2+3
8. (a) Define central force. Show that for a body moving under the influence of central force, the motion is always confined in a plane.  
(b) The position vector of a particle is given by  $\vec{r} = \cos \omega t \hat{i} + \sin \omega t \hat{j}$ , where  $\omega$  is constant. Show that,  
(i) the velocity  $\vec{v}$  of the particle is perpendicular to  $\vec{r}$ .  
(ii)  $\vec{r} \times \vec{v}$  is a constant vector. (2+3)+(4+3)
9. (a) What do you mean by coefficient of viscosity?  
(b) State and explain Bernoulli's theorem.  
(c) State the Stokes' law in connection to the motion of a body through a viscous liquid. Derive it from the concept of dimensional analysis. 3+3+(2+4)
-